

COURBES DE DISPERSION DES VITESSES DE PHASE DES ONDES DE SURFACE POUR UN TUBE ÉLASTIQUE REMPLI D'AIR ET PLONGÉ DANS L'EAU.

G. Maze (1), F. Léon (1) & H. Überall (2)

(1) LAUE URA CNRS 1373, Université Le Havre, Place Robert Schuman, 76610 Le Havre France.

(2) Physics Department, Catholic University, Washington, DC 20064, USA.

1. INTRODUCTION

Les études de la diffusion acoustique par des tubes cylindriques de longueur infinie plongés dans l'eau et excités normalement à leur axe ont fait l'objet de nombreux travaux [1-2]. L'étude de la pression rétrodiffusée montre, que pour certaines fréquences appelées "RÉSONANCES", il existe autour des tubes un état stationnaire qui se forme à partir de la propagation d'ondes circonférentielles de surface. Ces résonances sont caractérisées par leur mode de vibration n qui correspond au nombre entier de longueurs d'onde sur la circonférence. Ces ondes sont de deux types suivant que leur support principal est la coque élastique, elles sont appelées onde de Rayleigh ($l=1$) et ondes de Galerie à écho ($l=2,3,\dots$) [3,4] ou le liquide qui entoure cette coque, elle est appelée onde de Scholte-Stoneley [5-7]. Ces ondes ont des comportements qui sont différents en fonction de la fréquence. L'onde de Rayleigh est, pour les matériaux usuels, fortement couplée au liquide et ne forme que des résonances de grande largeur qu'il est difficile de mettre en évidence expérimentalement [8]. Cette onde a une vitesse qui tend vers la vitesse de l'onde de Rayleigh sur une interface solide/liquide lorsque la fréquence de l'onde incidente croît. Les ondes de Galerie à écho sont plus faiblement couplées au liquide, ce qui entraîne une bonne détection expérimentale. Toutefois, il faut remarquer que ce couplage augmente en fonction de la fréquence. Un minimum dans le couplage est notable en basse fréquence ce qui a pour conséquence de rendre les résonances très fines au voisinage de ce minimum [8]. Dans le cas de l'onde de Scholte-Stoneley, les résonances ne sont visibles que dans une fenêtre fréquentielle qui se translate vers les hautes fréquences lorsque le rapport b/a des rayons interne sur externe du tube tend vers l'unité [6]. La comparaison entre les vitesses de phase des ondes de Rayleigh et de Scholte-Stoneley a été faite par différents auteurs [9,10] pour des coques cylindriques ou sphériques. Ils montrent que ces deux ondes ont des vitesses qui évoluent parallèlement au dessous de la vitesse des ondes acoustiques dans l'eau mais divergent au dessus de cette vitesse. En effet, l'onde de Scholte-Stoneley tend vers celle-ci pour les hautes fréquences alors que l'onde de Rayleigh tend vers la vitesse de l'onde de Rayleigh sur une interface plane. Dans ce travail, nous nous proposons d'étudier systématiquement les résonances liées à ces deux ondes pour des tubes remplis d'air et plongés dans l'eau en fonction du rapport des rayons b/a .

2. CALCUL DES RÉSONANCES

En supposant que le tube est excité par une onde plane dont la direction de propagation est oblique par rapport à la normale à l'axe du tube, l'écriture des potentiels scalaires ϕ_l dans le liquide, ϕ_s dans la coque cylindrique et des composantes du potentiel vecteur ψ dans la coque cylindrique, sous la forme de séries modales, permet d'obtenir, après application des conditions de continuité sur les deux interfaces, un système linéaire 7×7 pour chaque mode n [11]. Les termes de ce déterminant sont donnés dans l'annexe 1. Il faut noter que seuls les termes M_{11} et M_{21} sont complexes. Le déterminant 6×6 obtenu en supprimant la première ligne et la première colonne est constitué de deux sous-déterminants diagonaux. Les racines de ce déterminant sont réelles et correspondent aux modes propres du tube dans le vide. Les racines du sous-déterminant 4×4 sont liées aux modes propres associés aux ondes dites circonférentielles alors que les racines du sous-déterminant 2×2 sont liées aux modes propres associés aux ondes dites guidées [12]. Le déterminant $|M|$ possède des racines complexes qui caractérisent les résonances du tube. Ces

COURBES DE DISPERSION DES VITESSES DE PHASE DES ONDES DE SURFACE

racines peuvent se mettre sous la forme: $\delta_{1n} = x_{1n} - i \Gamma_n/2$ avec la partie réelle x_{1n} ($x_{1n} = 2\pi Fa/C_1 = k_1 a$, F fréquence de l'onde incidente, a rayon externe du tube, k_1 est la norme du vecteur d'onde acoustique dans l'eau) qui correspond à la fréquence réduite de la résonance et la partie imaginaire $\Gamma_n/2$ qui est la demi-largeur à mi-hauteur de la résonance. Pour expliquer la largeur Γ_n , il est nécessaire de faire appel à la propagation de l'onde de surface qui est à l'origine des résonances. Ces ondes, lors de leur propagation, rayonnent progressivement dans le fluide. Plus ce rayonnement est rapide, plus la résonance est large et plus il est difficile de la mettre en évidence expérimentalement. Au contraire, si ce rayonnement est progressif, la largeur de la résonance est plus étroite, il est alors possible de la détecter. A la limite, ce rayonnement peut être quasi-nul, la largeur est alors très fine, ce cas correspond à un mauvais couplage entre l'onde et l'eau qui entoure le tube ce qui entraîne que, par une méthode d'excitation acoustique il est impossible d'entrer de l'énergie dans le tube. Dans ce qui suit, les racines complexes sont recherchées pour des tubes d'acier inoxydable de masse volumique $\rho = 7900 \text{ kg/m}^3$ dans lequel l'onde à vibration longitudinale se propage à la vitesse $C_L = 5790 \text{ m/s}$ et l'onde à vibration transversale à la vitesse $C_T = 3100 \text{ m/s}$.

3. DISCUSSION DES RESULTATS

Sur les figures 1 et 2 sont tracées la partie réelle (B) et la partie imaginaire (A) des racines complexes en fonction du rapport des rayons b/a pour quelques modes n caractéristiques (3, 4, 5, 6, 10). Les résonances peuvent être regroupées en deux familles en suivant l'évolution de la partie imaginaire. Les résonances de la famille S sont repérées sur les figures par des points ronds et ceux de la famille R par des points carrés. Les courbes de la figure 1B se coupent, alors que, les courbes de la figure 2B ne se coupent pas, elles semblent se repousser. Pour les courbes (A), il est possible de faire la remarque contraire. Les fréquences de résonance de la famille S sont pratiquement indépendantes du rapport des rayons sur les courbes de la figure 1B, sur les courbes de la figure 2B, elles sont indépendantes jusqu'au point de répulsion. Sur les courbes (B), il est tracé en pointillé l'évolution de la fréquence des modes propres d'un tube dans le vide, dans ce cas la partie imaginaire est nulle. Sur les courbes de la figure 1B, cette trajectoire en pointillé est très voisine de la trajectoire des fréquences de résonance de la famille R alors que sur les courbes de la figure 2B, cette trajectoire en pointillé suit d'abord celle de la famille R puis à partir d'une certaine valeur du rapport b/a celle de la famille S. Cette remarque conduit à s'interroger, dans le cas où les courbes se repoussent: l'onde est-elle toujours de même nature? Toutes ces courbes font apparaître un rapport des rayons critique, qu'elles se coupent ou pas. Ce rapport critique augmente et tend vers l'unité lorsque le mode croît. Il faut noter également le couplage qui existe entre ces deux familles de résonances lorsque les courbes se coupent (fig.1) ou se repoussent (fig.2), les parties imaginaires évoluent alors dans de grandes proportions. Avant d'atteindre le rapport critique du mode, cette partie imaginaire est pratiquement constante. Pour les petits modes ($n=2,3,4$), elles tendent à se rapprocher avant de diverger. Pour les modes plus grands, elles se croisent avant de diverger. Dans le cas de modes petits, la famille R a une partie imaginaire relativement faible, ce qui fait penser qu'expérimentalement les résonances de cette famille pourront être détectées alors que la famille S possède une partie imaginaire toujours grande, ce qui entraîne la non observation expérimentale des résonances. Pour les modes plus élevés, la famille R présente, avant le rapport critique une partie imaginaire assez faible alors que la famille S en possède une très grande. Au delà du rapport critique, les parties imaginaires s'inversent. Les résonances liées à la famille S peuvent être détectables à condition que cette partie imaginaire ne soit pas trop petite.

Sur les figures 3 à 6 sont tracées les courbes de dispersion des vitesses de phase en fonction de la fréquence réduite pour ces deux familles. La vitesse ($C = C_1 k_1 a/n$) s'obtient en écrivant qu'il existe un nombre entier n de longueurs d'onde sur la circonférence du tube. Sur ces courbes, sont indiqués la famille origine à l'aide des symboles précédemment utilisés et le mode. L'observation de ces courbes permet de faire plusieurs remarques: une des courbes se situe toujours au-dessous de la vitesse des ondes acoustiques dans l'eau alors que l'autre traverse cette valeur. Dans le cas du rapport des rayons de 0,5 (fig.3), tous les points d'une même trajectoire appartiennent

COURBES DE DISPERSION DES VITESSES DE PHASE DES ONDES DE SURFACE

à la même famille. Pour les rapports de rayons plus grands (fig.4-6), les premiers points des trajectoires appartiennent à une famille alors que les suivants appartiennent à l'autre famille, ceci sous la condition que les trajectoires ne se coupent pas. Il faut noter, lorsque les courbes sont voisines, un couplage qui déforme les trajectoires.

4. INFLUENCE DE CES RÉSONANCES SUR LES SPECTRES DE DIFFUSION.

Deux types de spectres peuvent être tracés numériquement. La fonction de forme en champ lointain qui est liée à l'amplitude de la pression acoustique et le spectre Im/Re qui est la tangente de la phase de la pression [13]. Les figures 7 à 8 présentent de tels spectres pour des tubes d'acier inoxydables dont la cavité est vide et qui sont plongés dans l'eau. Le rapport des rayons b/a est respectivement de 0,5, 0,7, 0,8, et 0,9. Sur ces figures, les résonances appartenant à la famille R sont indiquées à l'aide d'un carré (■), les résonances appartenant à la famille S sont indiquées par un point rond (●) et les résonances liées à la première onde de galerie à l'écho par une étoile (*), les autres résonances ne sont pas repérées. Pour les tubes de rapport des rayons 0,5 et 0,7 la fonction de forme comme le spectre Im/Re font apparaître des résonances qui sont toutes attribuées à la famille R. Pour le tube de rapport des rayons 0,8, toutes les résonances sont attribuées à la famille R sauf la première résonance de mode 5. Pour le tube de rapport de rayons 0,9, toutes les résonances sont attribuées à la famille S sauf la première résonance de mode 4. Pour associer une transition des spectres à une résonance, il est fait appel à la partie imaginaire de la racine du déterminant. Une partie imaginaire trop grande entraîne une détection médiocre sur les spectres. Dans le cas du tube (0,9), la première résonance détectée a un mode 4, les modes plus petites n'apparaissent pas car la partie imaginaire est trop petite ce qui entraîne un défaut de couplage. Si le rapport des rayons croît à partir de 0,9, les modes détectés appartiennent tous à la famille S, le premier mode est de plus en plus grand car le couplage des modes inférieurs est trop faible. Il faut noter, de plus, que, pour un rapport des rayons donné, plus le mode croît plus la partie imaginaire de celui-ci croît. Ceci permet de dire que les modes S détectés sur les spectres seront de plus en plus larges ce qui entraîne une influence de moins en moins importante. Ces deux dernières remarques expliquent l'effet de fenêtre fréquentielle mis en évidence dans les résultats publiés précédemment [6] pour les résonances attribuées à l'onde de Scholte-Stoneley.

5. CONCLUSION

Les résultats numériques présentés plus haut permettent de mettre en évidence la présence de deux familles de résonances R et S et de tracer leurs caractéristiques (fréquence et largeur) en fonction du rapport des rayons. Lorsque les modes des résonances sont petits ($n < 5$), les trajectoires se coupent alors que pour les modes plus grands, ces trajectoires se repoussent. Ce phénomène complique fortement l'identification des résonances. Dans le cas des modes petits (fig.1), l'une (R) des trajectoires qui possède une pente négative est associable à celle des modes propres de coque placés dans le vide, l'autre trajectoire (S) qui est peu dépendante du rapport des rayons ne peut pas être mise en évidence sur la coque dans le vide. Cette remarque permet de dire que les résonances de la famille S sont liées à une onde circonférentielle externe appelée onde de Scholte-Stoneley alors que les résonances de la famille R sont liées à une onde circonférentielle de coque dite onde de Rayleigh. Dans le cas des modes plus grands, cette séparation peut être faite lorsque le rapport des rayons est inférieur à sa valeur critique, mais au voisinage de celle-ci, il n'est pas possible de conclure. Une étude systématique de la polarisation des ondes et de la répartition de l'énergie entre la coque et le liquide entourant celle-ci devrait permettre de mieux comprendre le phénomène.

COURBES DE DISPERSION DES VITESSES DE PHASE DES ONDES DE SURFACE

6. BIBLIOGRAPHIE

- [1] H ÜBERALL, L R DRAGONETTE & L FLAX, 'Relation between creeping waves and normal modes of vibration of curved body', *J Acoust Soc Am*, **61** p711 (1977)
- [2] J D FLAX, E D BREITENBACH & H. ÜBERALL, 'Resonance scattering of acoustic waves from cylindrical shells', *J Acoust Soc Am*, **64** p677 (1978)
- [3] G V FRISK, J. W DICKEY & H ÜBERALL, 'Surface wave modes on elastic cylinders', *J Acoust Soc Am*, **58** p996 (1975)
- [4] A DEREM, 'Relation entre la formation des ondes de surface et l'apparition des résonances dans la diffusion acoustique', *Rev du CETHEDC*, **58** p43 (1979)
- [5] J L ROUSSELOT 'Comportement acoustique d'un tube cylindrique mince en basse fréquence', *Acustica*, **58** p291 (1985)
- [6] A GÉRARD, J L ROUSSELOT J L IZBICKI, G MAZE & J RIPOCHE, 'Résonances d'ondes d'interface de coques cylindriques minces immergées: détermination et interprétation', *Rev Phys Appl*, **23** p289 (1988)
- [7] M TALMANT, G QUENTIN, J L ROUSSELOT, J V SUBRAHMANYAN & H ÜBERALL, 'Resonances of thin cylindrical shells and the resonance scattering theory', *J Acoust Soc Am*, **84** p681 (1988)
- [8] G MAZE, & J RIPOCHE, 'Méthode d'Isolément et d'Identification des Résonances (MIIR) de cylindres et de tubes soumis à une onde acoustique plane dans l'eau', *Rev Phys Appl*, **18** p319 (1983)
- [9] N D VEKSLER, 'Sound wave scattering by circular cylindrical shells' *Wave Motion*, **8** p525 (1986)
- [10] G S SAMMELMANN, D H TRIVETT & R H HACKMAN, 'The acoustic scattering by a submerged spherical shell. I: The bifurcation of the dispersion curve for the spherical antisymmetric lamb wave', *J Acoust Soc Am*, **85** p114 (1989)
- [11] F LECROQ, F LÉON, D DÉCULTOT, & G MAZE, 'Diffusion d'une onde acoustique par un tube limité par des disques plans: études théoriques et expérimentales', *Acustica* **74** p51 (1991)
- [12] G MAZE, J L IZBICKI & J RIPOCHE, 'Resonances of plates and cylinders: Guided waves' *J Acoust Soc Am*, **77** p1352 (1985)
- [13] G MAZE, 'Acoustic scattering from submerged cylinders MIIR Im/Re: Experimental and theoretical study', *J Acoust Soc Am*, **89** p2559 (1991)

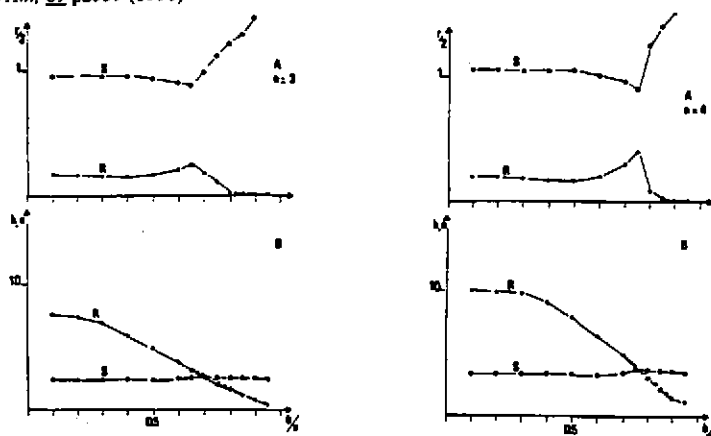


Fig. 1 Evolution des parties réelles (k_1a) et imaginaires ($\Gamma/2$) des racines du déterminant M en fonction du rapport des rayons b/a pour les modes $n=3$ et $n=4$.

COURBES DE DISPERSION DES VITESSES DE PHASE DES ONDES DE SURFACE

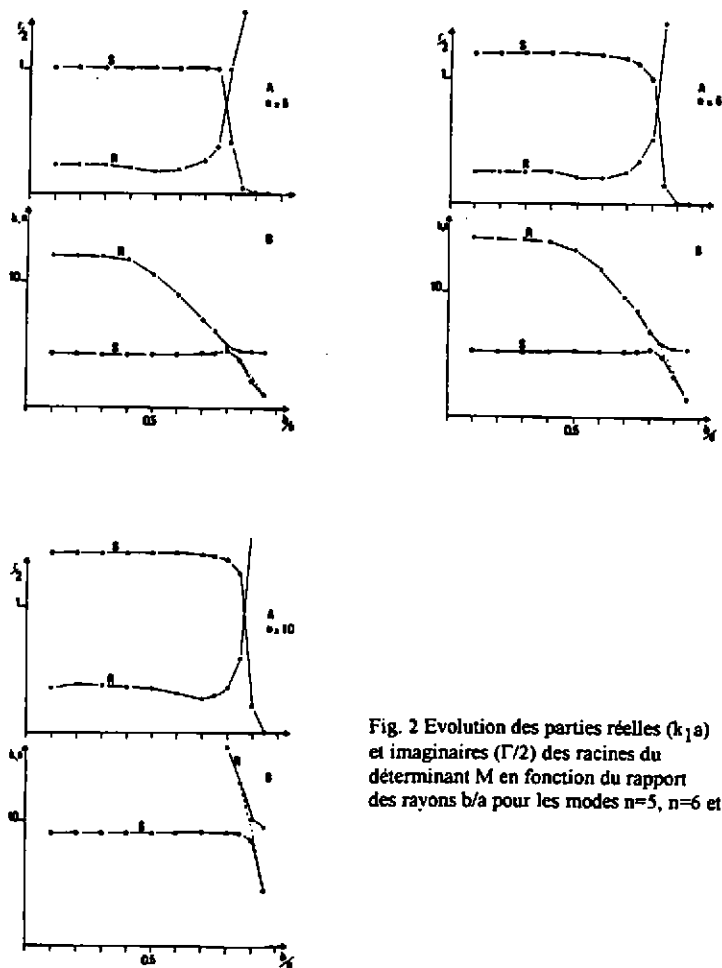


Fig. 2 Evolution des parties réelles ($k_1 a$) et imaginaires ($\Gamma/2$) des racines du déterminant M en fonction du rapport des rayons b/a pour les modes $n=5$, $n=6$ et $n=10$.

COURBES DE DISPERSION DES VITESSES DE PHASE DES ONDES DE SURFACE

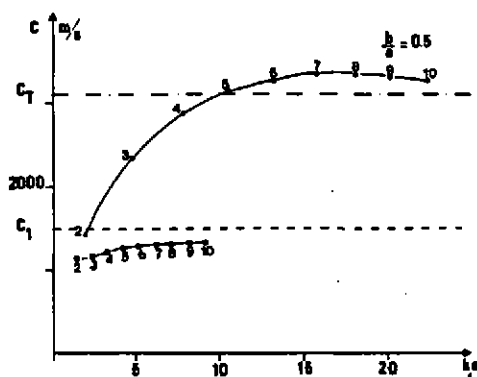


Fig. 3 Courbes de dispersion des vitesses de phase pour un tube de rapport des rayons $b/a=0,5$.

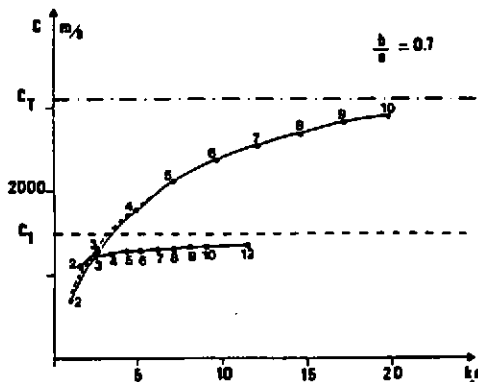


Fig. 4 Courbes de dispersion des vitesses de phase pour un tube de rapport des rayons $b/a=0,7$.

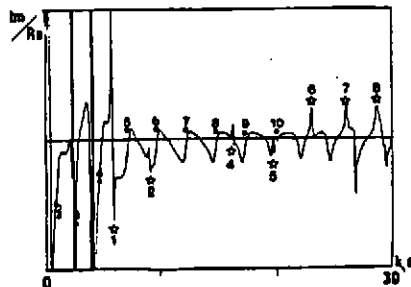
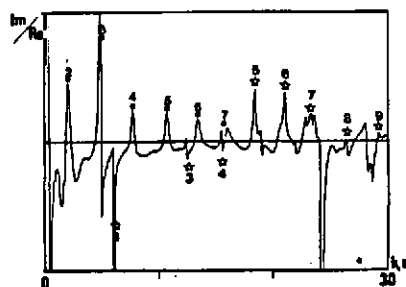
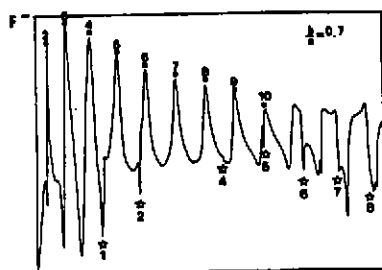
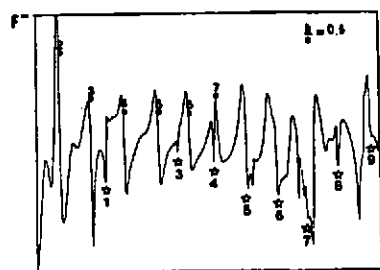


Fig. 7 Spectres F^{re} et $\text{Im} Re$ pour des tubes de rapports des rayons $b/a=0,5$ et $b/a=0,7$.

COURBES DE DISPERSION DES VITESSES DE PHASE DES ONDES DE SURFACE

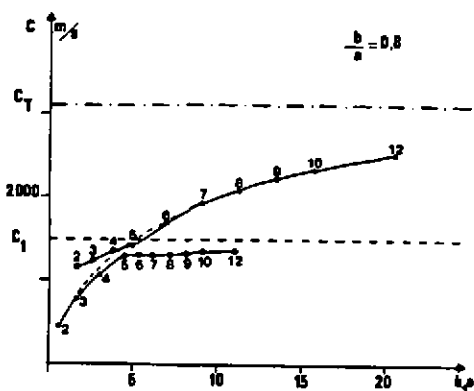


Fig. 5 Courbes de dispersion des vitesses de phase pour un tube de rapport des rayons $b/a=0,8$.

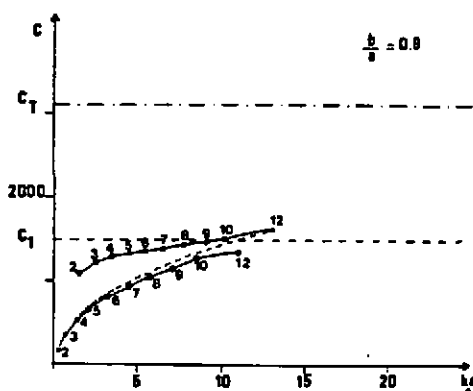


Fig. 6 Courbes de dispersion des vitesses de phase pour un tube de rapport des rayons $b/a=0,9$.

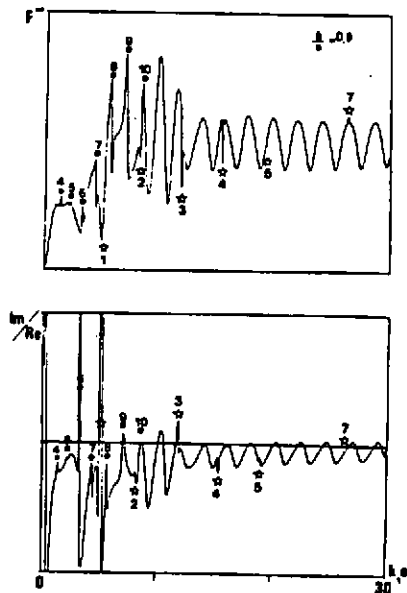
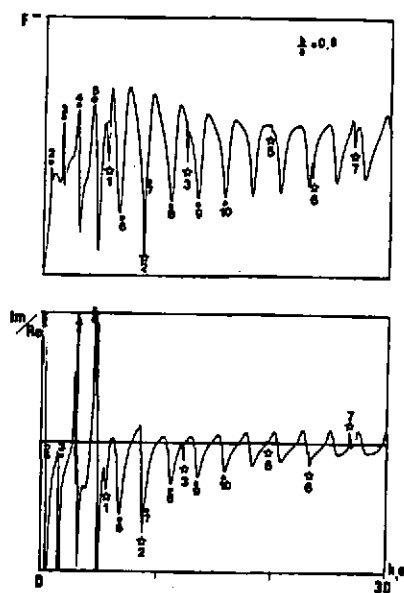


Fig.8 Spectres F'' et Im/Re pour des tubes de rapports des rayons $b/a=0,8$ et $b/a=0,9$.

ANNEXE 1

$$M_{11} = nH_n(x_1) - x_1 H_{n+1}(x_1)$$

$$M_{12} = nJ_n(x_L) - x_L J_{n+1}(x_L)$$

$$M_{13} = nY_n(x_L) - x_L Y_{n+1}(x_L)$$

$$M_{14} = -nJ_n(x_T)$$

$$M_{15} = -nY_n(x_T)$$

$$M_{16} = M_{17} = 0$$

$$M_{21} = \rho \frac{x_T^2}{2} H_n(x_1)$$

$$M_{22} = (x_L^2 + \frac{x_T^2}{2} - n^2 + n)J_n(x_L) - x_L J_{n+1}(x_L)$$

$$M_{23} = (x_L^2 + \frac{x_T^2}{2} - n^2 + n)Y_n(x_L) - x_L Y_{n+1}(x_L)$$

$$M_{24} = n[(n-1)J_n(x_T) - x_T J_{n+1}(x_T)]$$

$$M_{25} = n[(n-1)Y_n(x_T) - x_T Y_{n+1}(x_T)]$$

$$M_{26} = M_{27} = M_{31} = 0$$

$$M_{32} = n[(n-1)J_n(x_L) - x_L J_{n+1}(x_L)]$$

$$M_{33} = n[(n-1)Y_n(x_L) - x_L Y_{n+1}(x_L)]$$

$$M_{34} = (\frac{x_T^2}{2} - n^2 + n)J_n(x_T) - x_T J_{n+1}(x_T)$$

$$M_{35} = (\frac{x_T^2}{2} - n^2 + n)Y_n(x_T) - x_T Y_{n+1}(x_T)$$

$$M_{36} = M_{37} = 0$$

$$M_{41} = 0$$

$$M_{42} = (y_L^2 + \frac{y_T^2}{2} - n^2 + n)J_n(y_L) - y_L J_{n+1}(y_L)$$

$$M_{43} = (y_L^2 + \frac{y_T^2}{2} - n^2 + n)Y_n(y_L) - y_L Y_{n+1}(y_L)$$

$$M_{44} = n[(n-1)J_n(y_T) - y_T J_{n+1}(y_T)]$$

$$M_{45} = n[(n-1)Y_n(y_T) - y_T Y_{n+1}(y_T)]$$

$$M_{46} = M_{47} = M_{51} = 0$$

$$M_{52} = n[(n-1)J_n(y_L) - y_L J_{n+1}(y_L)]$$

$$M_{53} = n[(n-1)Y_n(y_L) - y_L Y_{n+1}(y_L)]$$

$$M_{54} = (\frac{y_T^2}{2} - n^2 + n)J_n(y_T) - y_T J_{n+1}(y_T)$$

$$M_{55} = (\frac{y_T^2}{2} - n^2 + n)Y_n(y_T) - y_T Y_{n+1}(y_T)$$

$$M_{56} = M_{57} = 0$$

$$M_{61} = M_{62} = M_{63} = M_{64} = M_{65} = 0$$

$$M_{66} = x_T [nJ_n(x_T) - x_T J_{n+1}(x_T)]$$

$$M_{67} = x_T [nY_n(x_T) - x_T Y_{n+1}(x_T)]$$

$$M_{71} = M_{72} = M_{73} = M_{74} = M_{75} = 0$$

$$M_{76} = y_T [nJ_n(y_T) - y_T J_{n+1}(y_T)]$$

$$M_{77} = y_T [nY_n(y_T) - y_T Y_{n+1}(y_T)]$$

avec J_n et Y_n les fonctions de Bessel de première et de seconde espèces, et x_1 la fréquence réduite.

$$x_T = x_1 \frac{C_1}{C_T}, \quad x_L = x \frac{C_1}{C_L}, \quad y_T = x_T \frac{b}{a}, \quad y_L = x_L \frac{b}{a}$$